

Тема. Логарифмические уравнения

$\log_a x = b$ – простейшее логарифмическое уравнение, где a и b – данные числа, а x – неизвестное.

1. Решите уравнение.

а) $\log_2 x = 3$

б) $\log_6 x = -2, \quad x > 0$

$$6^{-2} = x$$

$$x = \frac{1}{6^2}$$

$$x = \frac{1}{36}$$

Ответ: $\frac{1}{36}$

в) $\log_{0,2} x = 4$

г) $\log_7 x = \frac{1}{3}$

$$\log_a b = c, \quad a > 0, \quad b > 0, \quad a \neq 1$$
$$a^c = b$$

2. Решите уравнение.

а) $\log_2(3x - 6) = \log_2(2x - 3)$

Основания логарифмов (2), стоящих слева и справа, одинаковые.

$$3x - 6 = 2x - 3$$

$$3x - 2x = -3 + 6$$

$$x = 3$$

Проверка

$$x = 3 \quad \log_2(3 * 3 - 6) = \log_2(2 * 3 - 3)$$

$$\log_2(3) = \log_2(3)$$

Ответ: 3

б) $\log_6(14 - 4x) = \log_6(2x + 2)$

в) $\log_{\frac{1}{6}}(7x - 9) = \log_{\frac{1}{6}} x$

г) $\log_{0,2}(12x + 8) = \log_{0,2}(11x + 7)$

Основания логарифмов (0,2), стоящих слева и справа, одинаковые.

$$12x + 8 = 11x + 7$$

$$\log_a x = \log_a c$$

$$x = c$$

$$12x - 11x = 7 - 8$$

$$x = -1$$

Проверка

$$x = -1 \quad \log_{0,2}(12 * (-1) + 8) = \log_{0,2}(11 * (-1) + 7)$$

$$\log_{0,2}(-12 + 8) = \log_{0,2}(-11 + 7)$$

$$\log_{0,2}(-4) = \log_{0,2}(-4)$$

Ответ: нет решений

3. Решите уравнение.

а) $(\log_2 x)^2 - 4 \log_2 x + 3 = 0$

Пусть $\log_2 x = t$

$$t^2 - 4t + 3 = 0$$

$$D = 16 - 12 = 4$$

$$t_1 = \frac{4 + 2}{2} = 3$$

$$t_2 = \frac{4 - 2}{2} = 1$$

$$\log_2 x = 3$$

$$x = 8$$

$$\log_2 x = 1$$

$$x = 2$$

Проверка

$$x = 8 \quad (\log_2 8)^2 - 4 \log_2 8 + 3 = 0$$

$$(3)^2 - 4 * 3 + 3 = 0$$

$$9 - 12 + 3 = 0$$

$$0 = 0$$

$$x = 2 \quad (\log_2 2)^2 - 4 \log_2 2 + 3 = 0$$

$$(1)^2 - 4 * 1 + 3 = 0$$

$$1 - 4 + 3 = 0$$

$$0 = 0$$

Ответ: 2; 8

б) $(\log_4 x)^2 - \log_4 x - 2 = 0$

в) $(\log_{0,5} x)^2 + 3\log_{0,5} x + 2 = 0$

г) $(\log_{0,2} x)^2 + \log_{0,2} x - 6 = 0$

4. Решите уравнение.

а) $\log_3(x - 2) + \log_3(x + 2) = \log_3(2x - 1)$

б) $\log_{11}(x + 4) + \log_{11}(x - 7) = \log_{11}(7 - x)$

в) $\log_{0,6}(x + 3) + \log_{0,6}(x - 3) = \log_{0,6}(2x - 1)$

г) $\log_{0,4}(x + 2) + \log_{0,4}(x + 3) = \log_{0,4}(1 - x)$

$$\log_a b + \log_a c = \log_a bc$$